

Nombre:

Legajo:

Carrera:

e-mail:

Nota Ej. 1	Nota Ej. 2	Nota Ej. 3	Nota Final

Observaciones:

- Resolver cada ejercicio en una hora por separado.
- Todo lo resuelto con Matlab debe ser copiado en la hoja tal cual fue escrito en el software.
- Para aprobar el totalizador se debe tener nota NO inferior a 4 en por lo menos dos ejercicios.

1) La ecuación diferencial para la velocidad de alguien que practica bungee jumping varía según la distancia a la que se encuentra, dependiendo si la cuerda se está extendiendo, está extendida por completo o comienza a encogerse. Así, si la distancia recorrida es menor que la longitud de la cuerda, el individuo sólo está sujeto a las fuerzas gravitacional y de arrastre. Una vez que la distancia recorrida es mayor que la longitud de la cuerda, también deben incluirse las fuerzas del resorte y del amortiguamiento. Estas dos condiciones se expresan con las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dv}{dt} = g - \text{sign}(v) \frac{c_d}{m} v^2 \quad x \leq L$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \text{sign}(v) \frac{c_d}{m} v^2 - \frac{k}{m} (x - L) - \gamma \frac{m}{v} \quad x > L$$

donde v = velocidad (m/s), t = tiempo (s), g = constante gravitacional ($= 9.81 \text{ m/s}^2$), $\text{sign}(x)$ = función que devuelve $-1, 0$ y 1 , para x negativa, cero y positiva, respectivamente, c_d = coeficiente de arrastre de segundo orden (kg/m), m = masa (kg), k = constante de resorte de la cuerda (N/m), γ = coeficiente de amortiguamiento de la cuerda (kg/s) y L = longitud de la cuerda (m).

a) Dados los siguientes parámetros: $L = 30 \text{ m}$, $m = 68.1 \text{ kg}$, $c_d = 0.25 \text{ kg/m}$, $k = 40 \text{ N/m}$, y $\gamma = 8 \text{ kg/s}$, y considerando condiciones iniciales $x(0) = v(0) = 0$, determine la posición x y velocidad v del individuo cada 2s hasta 8s. Utilice método Euler.

b) ¿Son lógicos los resultados obtenidos en a)? Explique y justifique.

c) ¿Cómo resolvería el problema utilizando la función ODE45 de Matlab con $t = 0$ a 50s?

2) En un proceso de ingeniería, el vapor de agua se calienta a temperaturas lo suficientemente altas para que una porción significativa del agua se disocie o se rompa en partes para formar oxígeno e hidrógeno. Si se asume que ésta es la única reacción que se lleva a cabo, la fracción molar (x) de agua que se disocia se puede representar por medio de la siguiente ecuación:

$$K = \frac{x}{1-x} \sqrt{\frac{2P_t}{2+x}}$$

donde K es la constante de equilibrio de la reacción y P_t es la presión total de la mezcla.

Nombre:

Legajo:

Carrera:

Observación: Usar siempre 5 decimales en el desarrollo del ejercicio.

- a) Considerando $K = 0.1$ y $P_t = 3 \text{ atm}$, determine la función $f(x)$ para poder hallar el o los valores de x que verifiquen la ecuación anterior.
- b) Demuestre que la ecuación $f(x) = 0$ tiene al menos una solución en el intervalo $[0, 0.5]$.
- c) ¿Es posible aplicar el método de bisección para resolver $f(x) = 0$ partiendo de $a = 0.3$ y $b = 0.5$? Justifique su respuesta.
- d) Resuelva $f(x) = 0$ usando el método Regula Falsi utilizando como valores iniciales los extremos del intervalo dado en el inciso b y como tolerancia para la función $|f(x)| < 10^{-3}$.
- e) ¿Cuáles son las condiciones de existencia y unicidad de la raíz de una ecuación para el método de punto fijo?
- f) Utilizando como intervalo inicial el definido en el inciso b, ¿cuál o cuáles de las siguientes funciones cumplen las condiciones dada en el inciso e?

$$g_1(x) = K(1-x) \sqrt{\frac{2+x}{2P_t}} \quad g_2(x) = 1 - \frac{x}{K} \sqrt{\frac{2P_t}{2+x}} \quad g_3(x) = \left(\frac{2P_t x}{K(1-x)} \right)^2 - 2$$

- g) Realice cuatro iteraciones usando la función elegida en el inciso anterior para hallar el valor de x . Usar como valor inicial $x_0 = 0.5$. ¿Cuál es el error cometido en la última iteración? Explique cómo se denomina este tipo de error y por qué se produce.
- h) Indique cuál es la diferencia entre los métodos cerrados y los métodos abiertos, sus ventajas y sus desventajas.

3) Los siguientes valores corresponden a la medición de un objeto con una ecuación de movimiento de la forma $x(t) = at^2 + v_0t + x_0$:

t	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
x	3.5189	3.3340	3.0103	3.0959	2.9982	2.9976	3.0462	3.2603	3.1026	3.3524	3.3079

t	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5
x	3.8993	3.9111	4.4722	4.6648	4.8027	5.5323	5.7991	6.4535	6.9109	7.4850

- a) Halle la posición inicial (x_0), velocidad inicial (v_0) y la aceleración (a).
- b) ¿Cuántos polinomios interpolantes distintos y de qué grado se pueden hallar con el conjunto de puntos? Justifique.
- c) Halle a partir de los puntos marcados en gris un polinomio interpolante mediante el método de Netwon.
- d) Liste las condiciones que deben satisfacer los polinomios de un spline cúbico, escribiendo las ecuaciones.
- e) Calcule la posición promedio entre $t = 0.5$ y $t = 2.5$ utilizando el método de Simpson 1/3 teniendo en cuenta que se calcula de la siguiente manera:

$$\bar{x} = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} x(t) dt$$